

### 3.1. Dodawanie liczb binarnych

Dodawanie liczb binarnych (ang. *addition of binary numbers*) opiera się na prostej regule dodawania, w której reprezentowane są cztery sumy cząstkowe:

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 0$ i 1 dalej

W pierwsze sumy nie wymagają komentarza. Czwartą,  $1 + 1$ , daje wynik 0 w bieżącej kolumnie oraz przeniesienie (ang. *carry*) jedynki do następnej kolumny (w lewo), gdzie ta ona dodawana do stojącej tam liczby.

W celu przybliżenia szczegółów dodawania liczb binarnych rozpatrzmy przykład, w którym dodamy liczby binarne  $1101_B$  i  $1011_B$ .

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 + & 1 & 1 & 1 \\
 + & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \uparrow^{+0} \\
 \uparrow^{+1} \\
 \uparrow^{+1} \\
 \uparrow^{+1}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 1011_B \\
 + 1101_B \\
 \hline
 11011_B \\
 \hline
 10100_B
 \end{array}$$

Strzałki oznaczają przeniesienie jedynki do kolumny sąsiedniej, górne strzałki kazuja wyniki sumowania cyfr liczby binarnej oraz przeniesionych jedynek. Strzałki okrągłe to znak, że wynik z wcześniejszego obliczenia należy dodać do drugiej liczby danej kolumnie. Strzałka skierowana w dół oznacza, że jedynka z przeniesienia, która szła poza zakres sumowanych liczb, zostaje przepisana do wyniku.

Warto zauważyć, że sumowane liczby zawierały po cztery cyfry, wynik natomiast zawiera jedną jedynkę więcej. Tego typu sytuację określamy jako **przepełnienie** (ang. *overflow*).

#### Przykłady

$$\begin{array}{r}
 0101 \\
 + 1101 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

### 1.3.2. Odejmowanie liczb binarnych

Odejmowanie liczb binarnych (ang. *subtraction of binary numbers*) opiera się na tabelce odejmowania, w której reprezentowane są cztery różnice cząstkowe:

$0 - 0 = 0$
$1 - 0 = 1$
$1 - 1 = 0$
$0 - 1 = 1$ i pożyczka

Ostatnia różnica,  $0 - 1$ , daje jedynkę oraz wymusza **pożyczkę** (ang. *borrow*) z następnej kolumny.

W celu przybliżenia szczegółów odejmowania liczb binarnych rozpatrzmy przykład, w którym od liczby  $1101_B$  odejmujemy liczbę  $1011_B$ .

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 0 & 1 & 1 & 1 \\
 - & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \uparrow^{0-} \\
 \uparrow^{1-1} \\
 \uparrow^{1-1} \\
 \uparrow^{1-1}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 1011_B \\
 - 1101_B \\
 \hline
 0010_B
 \end{array}$$

Czarna strzałka oznacza pożyczkę jedynki z następnej kolumny. Górna strzałka wskazuje wynik odejmowania pożyczki od cyfry liczby binarnej. Strzałka półokrągła to znak, że od wyniku z wcześniejszego obliczenia należy odjąć drugą liczbę w danej kolumnie.

#### Przykłady

$$\begin{array}{r}
 0101 \\
 - 1101 \\
 \hline
 10010
 \end{array}$$

Podczas odejmowania naturalnych liczb binarnych może wystąpić zjawisko **niedomiaru** (ang. *underflow*), gdy pożyczka pojawia się poza dostępnym zakresem cyfr. Zjawisko zachodzi, gdy odjemna jest mniejsza niż odjemnik:

$$\begin{array}{r}
 0000 \\
 - 0011 \\
 \hline
 -0011
 \end{array}$$

### 1.3.1. Dodawanie liczb binarnych

Dodawanie liczb binarnych (ang. *addition of binary numbers*) opiera się na prostej tabliczce dodawania, w której reprezentowane są cztery sumy cząstkowe:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0 i 1 dalej

Trzy pierwsze sumy nie wymagają komentarza. Czwartą, 1 + 1, daje wynik 0 w bieżącej kolumnie oraz przeniesienie (ang. *carry*) jedynki do następnej kolumny (w lewo), gdzie jest ona dodawana do stojącej tam liczby.

W celu przybliżenia szczegółów dodawania liczb binarnych rozpatrzmy przykład, w którym dodamy liczby binarne 1101<sub>B</sub> i 1011<sub>B</sub>.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 +1 & & & \\
 + & 1 & 0 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 0 \\
 & & 1 & 0 \\
 & & & 1 \\
 & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 13_{\text{D}} \\
 & & & & & + 11_{\text{D}} \\
 \hline
 & & & & & 24_{\text{D}}
 \end{array}
 \end{array}$$

Czarne strzałki oznaczają przeniesienie jedynki do kolumny sąsiedniej, górne strzałki wskazują wyniki sumowania cyfr liczby binarnej oraz przeniesionych jedynek. Strzałki półokrągłe to znak, że wynik z wcześniejszego obliczenia należy dodać do drugiej liczby w danej kolumnie. Strzałka skierowana w dół oznacza, że jedynka z przeniesienia, która wyszła poza zakres sumowanych liczb, zostaje przepisana do wyniku.

Łatwo zauważyć, że sumowane liczby zawierały po cztery cyfry, wynik natomiast zawiera jedną jedynkę więcej. Tego typu sytuację określamy jako **przepełnienie** (ang. *overflow*).

#### Przykłady

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 +1 & & & \\
 + & 1 & 1 & 0 \\
 + & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 1 & 0 & 1 \\
 & & 1 & 1 \\
 & & & 1 \\
 & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 0 \\
 & & & & & +1 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 11 \\
 & & & & & 0 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 11011
 \end{array}
 \end{array}$$

### 1.3.2. Odejmowanie liczb binarnych

Odejmowanie liczb binarnych (ang. *subtraction of binary numbers*) opiera się na tabliczce odejmowania, w której reprezentowane są cztery różnice cząstkowe:

0 - 0 = 0
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0
0 - 1 = 1 i pożyczka

Ostatnia różnica, 0 - 1, daje jedynkę oraz wymusza **pożyczkę** (ang. *borrow*) z następnej kolumny.

W celu przybliżenia szczegółów odejmowania liczb binarnych rozpatrzmy przykład, w którym od liczby 1101<sub>B</sub> odejmiemy liczbę 1011<sub>B</sub>.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 0- & & & \\
 - & 1 & 1 & 0 \\
 - & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 0 & 0 & 1 \\
 & & 1 & 1 \\
 & & & 1 \\
 & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 13_{\text{D}} \\
 & & & & & - 11_{\text{D}} \\
 \hline
 & & & & & 2_{\text{D}}
 \end{array}
 \end{array}$$

Czarna strzałka oznacza pożyczkę jedynki z następnej kolumny. Górna strzałka wskazuje wynik odejmowania pożyczki od cyfry liczby binarnej. Strzałka półokrągła to znak, że od wyniku z wcześniejszego obliczenia należy odjąć drugą liczbę w danej kolumnie.

#### Przykłady

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 - & 1 & 1 & 0 \\
 - & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 0 & 1 & 1 \\
 & & 1 & 0 \\
 & & & 0 \\
 & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 0 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 0 \\
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 \\
 \hline
 & & & & & 01101
 \end{array}
 \end{array}$$

Podczas odejmowania naturalnych liczb binarnych może wystąpić zjawisko **niedomiaru** (ang. *underflow*), gdy pożyczka pojawia się poza dostępnym zakresem cyfr. Zjawisko zachodzi, gdy odjemna jest mniejsza niż odjemnik:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0_{-1} & 0_{-1} & 1_{-1} & 1_{-1} \\
 - & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}
 \end{array}$$